

# リードラグ効果のウェーブレット解析

林高樹<sup>‡</sup>

小池祐太<sup>‡</sup>

金融分野では、特に数理ファイナンス・金融工学の分野において、金融資産の価格を Brown 運動で駆動されるような連続時間確率過程でモデル化することが一般的である。本研究の目的は、そのようなモデル化の枠組みにおいて、リード・ラグ効果、すなわち 2 つの時系列データの間に時間差をもって相関関係が現れる現象を記述できるようなモデルを提案することである。

同じ目的の先行研究として、Hoffmann *et al.* (2013) がある。Hoffmann *et al.* (2013) では、2 つのセミマルチンゲール的一方がもう一方に対して一定のタイムラグをもって観測されているとしてリード・ラグ効果をモデル化する。従って基本的にはモデルが記述できるリード・ラグ効果は 1 種類である。一方で本研究では、複数種類のリード・ラグ効果を「自然に」記述できるモデルを提案することを目指す。特に本研究では、複数種類のリード・ラグ効果が現れる原因を、「不均一市場仮説」に求める (Müller *et al.*, 1997)。すなわち、金融市場には様々な参加者が存在し、それぞれが異なる経済・市場の見方やリスクに対する態度、および資金・情報源をもち、そのような不均一性が異なるタイムスケールにおける異なる市場の振る舞いを生み出すと考えられる。従って、本研究では異なるタイムスケールにおける異なるリード・ラグ効果の存在を記述できるようなモデルを提案することを目指す。

ナイーブなアイデアとして、Hoffmann *et al.* (2013) のモデルの重ね合わせとして複数種類のリード・ラグ効果を記述することが考えられる。しかし、この場合モデルに含まれるタイムラグそれぞれの物理的・経済学的な解釈が自明ではなく、特に上述の「異なるタイムスケールにおける異なるリード・ラグ効果」のモデル内での意味づけがあいまいとなる。本研究では、「ウェーブレット解析」の枠組みを取り入れることで、複数のタイムスケールでのリード・ラグ効果を解析できるようなモデルを提案する。

ウェーブレット解析によって金融市場の異なるタイムスケールごとの構造を解析する試みは、Gençay *et al.* (2002) に示されているように数多くある。リード・ラグ効果に関しても例外ではなく、例えば Cardinali (2009); Dajčman (2013); Fernández-Macho (2012); Gallegati (2008); Hafner (2012); Ranta (2010) などがある (Gençay *et al.* (2002) の 7 章にも応用例がある)。しかし、これらの研究は、Whitcher *et al.* (1999, 2000) および Serroukh & Walden (2000a,b) で確立された離散時間確率過程によるモデリングにその理論的基礎をもつ。他方、上述のように、数理ファイナンス・金融工

---

\* 慶應義塾大学大学院経営管理研究科

† 首都大学東京大学院社会科学部研究科経営学専攻

‡ CREST, Japan Science and Technology Agency

§ 統計数理研究所

学などの金融分野では連続時間確率過程によるモデリングが主流である。また、近年利用が盛んとなっている分・秒以下の単位で記録された金融高頻度データの統計分析でも、そのような連続時間確率過程によるモデリングが認識されている (Aït-Sahalia & Jacod (2014) 参照)。本研究では連続時間確率過程によるモデルにおいてウェーブレット解析による複数タイムスケールでのリード・ラグ効果の解析を正当化する枠組みを与えることで上記のギャップを埋めることに貢献する。

## 参考文献

- Aït-Sahalia, Y. & Jacod, J. (2014). *High-frequency financial econometrics*. Princeton University Press.
- Cardinali, A. (2009). A generalized multiscale analysis of the predictive content of Eurodollar implied volatilities. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* **12**, 1–18.
- Dajčman, S. (2013). Interdependence between some major European stock markets — a wavelet lead/lag analysis. *Prague Economic Papers* **1**, 28–49.
- Fernández-Macho, J. (2012). Wavelet multiple correlation and cross-correlation: A multiscale analysis of Eurozone stock markets. *Phys. A* **391**, 1097–1104.
- Gallegati, M. (2008). Wavelet analysis of stock returns and aggregate economic activity. *Comput. Statist. Data Anal.* **52**, 3061–3074.
- Gençay, R., Selçuk, F. & Whitcher, B. (2002). *An introduction to wavelets and other filtering methods in finance and economics*. Academic Press.
- Hafner, C. M. (2012). Cross-correlating wavelet coefficients with applications to high-frequency financial time series. *J. Appl. Stat.* **39**, 1363–1379.
- Hoffmann, M., Rosenbaum, M. & Yoshida, N. (2013). Estimation of the lead-lag parameter from non-synchronous data. *Bernoulli* **19**, 426–461.
- Müller, U. A., Dacorogna, M. M., Davé, R. D., Olsen, R. B., Pictet, O. V. & von Weizsäcker, J. E. (1997). Volatilities of different time resolutions — analyzing the dynamics of market components. *Journal of Empirical Finance* **4**, 213–239.
- Ranta, M. (2010). *Wavelet multiresolution analysis of financial time series*. Ph.D. thesis, University of Vaasa.
- Serroukh, A. & Walden, A. (2000a). Wavelet scale analysis of bivariate time series i: motivation and estimation. *J. Nonparametr. Stat.* **13**, 1–36.
- Serroukh, A. & Walden, A. (2000b). Wavelet scale analysis of bivariate time series ii: statistical properties for linear processes. *J. Nonparametr. Stat.* **13**, 37–56.
- Whitcher, B., Guttorp, P. & Percival, D. B. (1999). Mathematical background for wavelet estimators of cross-covariance and cross-correlation. Technical report 038, NRCSE.
- Whitcher, B., Guttorp, P. & Percival, D. B. (2000). Wavelet analysis of covariance with application to atmospheric time series. *Journal of Geophysical Research* **105**, 14941–14962.